



## Valsspelen met wiskunde

Welkom bij VUB Kinderuniversiteit! Tot dat je je weg hebt gevonden naar onze digitale bibliotheek. Met deze kant-en-klare activiteit kan jij zelf in de klas aan de slag. De bijhorende filmpjes vind je op [vubkinderuniversiteit.be](http://vubkinderuniversiteit.be). De activiteit werd ontworpen met onderzoekers Jonathan Mannaert & Lisa Hernandez Lucas. Jonathan & Lisa zijn beiden doctoraatsstudent en assistent [wiskunde aan de Vrije Universiteit Brussel](#).

**Onderwerp:** Wiskunde, rekenen met veelvouden, patronen herkennen, rijen.

**Samenvatting:** De titel verklapt het al. In deze activiteit leren leerlingen 'valsspelen' met wiskunde. Aan de hand van het spelletje *Pingelen* maken ze kennis met **rijen** en leren ze **patronen herkennen**. Via de **wetenschappelijke methode** ontdekken ze zelf via welke tactieken ze kunnen winnen van hun tegenstander.

**Doelgroep:** 5<sup>e</sup> en 6<sup>e</sup> leerjaar

**Voorkennis:** De leerlingen kennen de concepten van **optellen, aftrekken, delen en vermenigvuldigen**. Het kan nuttig zijn om de **veelvouden** van 5 even te herhalen.

### Doelstellingen:

- De leerlingen kennen 3 dagelijkse toepassingen van 'modulorekenen' (bv. klok).
- De leerlingen kunnen veelvouden van 5 herkennen in getallen.
- De leerlingen kunnen die veelvouden aftrekken van deze getallen.
- De leerlingen maken kennis met het begrip 'oneindig'.
- De leerlingen kunnen een getallenpatroon herkennen en benoemen.

**Timing:** vanaf ±1u15 minuten (de timing varieert naargelang je keuzes)

**Materiaal:** Naast een projectiescherm (of smartboard) en een bord met 2 kleuren krijtjes of stiften, heb je enkel een goed humeur en een gezellige omgeving nodig.

## Opzet

### Start (15 min)

Vertel je klas aan het begin van de les dat de activiteit gemaakt is door échte wetenschappers aan de universiteit. Laat ze vervolgens via [dit filmpje](#) kennismaken met wetenschapper Jonathan, een wiskundige.

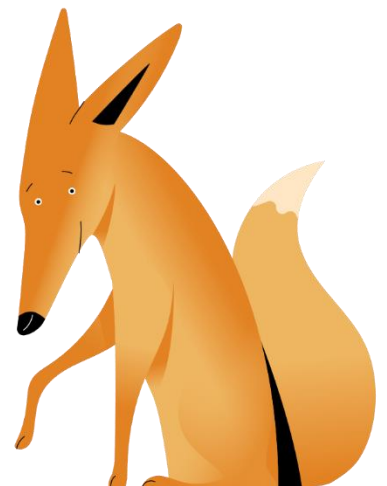
Vooraleer ze kunnen leren valsspelen, laat je je leerlingen eerst vertrouwd geraken met de spelregels van het spelletje *Pingelen*:

| Inhoud                          | Werkvorm  | Tijd |
|---------------------------------|---|------|
| <b>0: kennismaking</b>          | De klas kijkt samen naar <a href="#">de introductievideo</a> , waarin wetenschapper Jonathan zich voorstelt.  | 3'   |
| <b>1: introductie via video</b> | De klas kijkt samen naar <a href="#">het kennisfilmpje</a> en leert zo de spelregels kennen van het spelletje 'pingelen'.   | 4'   |
| <b>2: spelregels inoefenen</b>  | <p>Stap 1: de leerkracht doet <b>vooraan de klas het spelletje met een leerling</b> en legt het al doende nog eens uit.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>➔ Laat de leerling eerst kiezen en zorg ervoor dat je nog geen oneindige reeks hebt (zie bijlage 2 voor 'oneindige combinaties' die je moet vermijden)</li><li>➔ Herhaal indien nodig het concept 'verder tellen' uit het filmpje</li><li>➔ Je kan dit spelletje zo vaak voordoen met een leerling als je zelf nodig acht</li></ul> <p>Stap 2: verdeel de klas <b>in groepjes van 2</b>. Ze spelen zelfstandig het spelletje een paar keer. De leerkracht loopt rond en pakt gericht problemen aan tot iedereen de spelregels snapt. Sommige leerlingen zullen in een oneindige lus terechtkomen, waarbij niemand wint. Indien dit gebeurt, geef aan dat ze dat goed hebben opgemerkt (slim gezien!), en dat we daar later op terugkeren.</p> | 8'   |

### Midden

#### 1. Hoe speel je vals? (40 min)

- **Onderzoeksvraag:** Hoe kunnen we valsspelen?
- **Onderzoeksoopdracht:** We observeren en analyseren een aantal vooraf bepaalde startscenario's van het spel.
- **Discussie en conclusie:** We komen tot de conclusie dat er twee strategieën zijn om te winnen.



| Inhoud  | Werkvorm  | Materiaal                    | Tijd |
|---|---|------------------------------|------|
| <b>3: Modulorekenen</b>                         | <p><b>Onderwijsleergesprek:</b> de kinderen kennen het spelletje nu en hebben geleerd dat ze telkens opnieuw moeten beginnen rekenen als ze hoger dan 5 gaan. Dit is een voorbeeld van <b>modulorekenen</b>. Je hoeft de term niet te vermelden, maar laat de kinderen wel mee zoeken naar gelijkaardige voorbeelden:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>De klok:</b> je begint telkens opnieuw te tellen na 12u (of 24u)</li> <li>- <b>Voetbaltafel:</b> het scorebalkje heeft meestal maar 10 puntenblokjes om mee te schuiven (daarna gebruik je 1 om 11pt aan te duiden, 2 om 12pt aan te duiden, enz.)</li> <li>- <b>Jaren, maanden, weken:</b> bv. een jaar duurt niet eindeloos (begint opnieuw na 365/366 dagen)</li> <li>- <b>Videospelletjes (vb. Mario):</b> 100 centjes kan je inruilen voor een leventje (daarna begin je opnieuw te sparen tot je weer 100 centjes hebt)</li> </ul> <p><i>EXTRA: je kan het modulorekenen visueel maken door een aantal leerlingen een bal of ander voorwerp te laten doorgeven in een cirkel. Laat ze bij het doorgeven luidop tellen. Als de bal terug bij de beginspeler is, trek je een streep op het bord om de "stand" bij te houden. De beginspeler start dan terug vanaf 1. Laat ze dit een paar keer opnieuw doen. Duid daarna eventueel een leerling aan om uit te leggen waarom dit hetzelfde is als in het spelletje of de voorgaande voorbeelden.</i></p> | Bal of ander voorwerp        | '5   |
| <b>4: Onderzoeksoopdracht (dataverzameling)</b> | <p>De kinderen werken weer <b>per 2</b>. Iedereen krijgt een afgedrukt invulblad (zie bijlage 2).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➔ Projecteer de 6 vastgelegde beginscenario's die de kinderen met elkaar zullen spelen (zie bijlage 3).</li> <li>➔ De scenario's geven aan <b>wie start met tikken</b> en hoeveel vingers elke speler kiest.</li> <li>➔ De kinderen mogen per spelletje telkens opnieuw kiezen wie 'speler 1' en 'speler 2' is. Zolang speler 2 maar altijd begint met tikken.</li> <li>➔ <b>De kinderen noteren telkens met hoeveel vingers ze spelen, wie start met tikken en wie wint.</b></li> </ul> <p><i>Achtergrondinfo (soorten scenario's):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Samen vijf (2+3, 4+1):</u> dit is de makkelijkste manier om te winnen. Speler 2 (die start met tikken) kiest het cijfer dat opgeteld bij de vingers van speler 1 tot 5 leidt. Dit is een té opvallende manier van valsspelen, en is verboden in het echte spelletje.</li> <li>- <u>Zelfde aantal (2+2, 1+1, 3+3, 4+4):</u> dit is het scenario waarbij speler 2 (die start met tikken) <b>ALTIJD</b> zal winnen. Omdat het steeds pas na een paar keer tikken gebeurt, valt het hier minder op dat er wordt vals gespeeld.</li> <li>- <u>Oneindige lus (1+3, 3+4, 4+2, 2+1):</u> niemand wint, het spel gaat oneindig verder.</li> </ul>  | Werkblaadjes (zie bijlage 4) | 20'  |

|   |  |  |     |
|---|--|--|-----|
|   | Om het niet te doorzichtig te maken, staan de eerste twee scenario's willekeurig door elkaar. De oneindige lus staat op het einde om geen verwarring te zaaien in het begin. Wie snel klaar is met alle scenario's, kan een extra blaadjes vragen en zelf extra scenario's bedenken, spelen en noteren.  |  |     |
| <b>5: Denkopdracht (Hoe kan je winnen?)</b> | <p><b>2 strategieën</b> (zie scenario's hierboven):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➔ <u>Samen vijf</u>: door als tweede speler (die start met tikken) aan te vullen tot 5. Heeft je tegenstander 2 gekozen? Dan kies jij 3.</li> <li>➔ <u>Zelfde aantal</u>: door als tweede speler (die start met tikken) hetzelfde aantal vingers te kiezen als je tegenstander.</li> </ul> <p><b>Klassikale uitdaging:</b> de leerkracht vraagt aan de klas wie er ondertussen een manier weet om te winnen. Wie een idee heeft, mag het nog niet luidop zeggen, maar moet een hand in de lucht steken. Die mag de leerkracht vooraan in de klas uitdagen om te <i>Pingelen</i>. Uiteraard mag de leerling bepalen wie start met vingers kiezen. Als er tijd is, kan je dit herhalen. Vraag telkens na een spelletje telkens of er leerlingen zijn die weten hoe de uitdager gewonnen is, in dat geval mogen zij ook naar voor komen en de leerkracht uitdagen.</p> <p><b>Klassikale vraag:</b> Vraag wie kan uitleggen hoe de uitdagers telkens opnieuw winnen van de leerkracht? Doorloop dit proces zowel voor de opvallende manier (samen vijf) als voor de minder opvallende manier (zelfde aantal).</p> <p><i>Als de kinderen zelf geen idee hebben, kan de leerkracht hen uitdagen. De leerkracht begint, en kiest consequent strategie 1 of strategie 2. Vraag nu opnieuw of iemand het geheim weet, enz.</i></p> |  | 15' |

## 2. Het wiskundig geheim (10 tot 30 min)

Als je klas goed mee is, kan je nog een stapje verder gaan. Aan de hand van rijen ontdek je het wiskundig getallenpatroon:

- **Onderzoeksvraag:** Welk wiskundig patroon zorgt voor winst?
- **Onderzoeksopdracht:** Via observatie & data-analyse zie je welke patronen er terugkeren in de verschillende scenario's.
- **Discussie en conclusie:** We komen tot de conclusie dat er in dit spelletje een getallenpatroon zit waarmee we de winst en het verlies kunnen voorspellen en manipuleren.



| Inhoud                                      | Werkvorm  | Materiaal                  | Tijd            |                 |       |           |                            |       |            |  |  |            |  |  |             |  |  |   |
|---|---|----------------------------|-----------------|-----------------|-------|-----------|----------------------------|-------|------------|--|--|------------|--|--|-------------|--|--|---|
| <b>6: De wiskunde achter het valsspelen</b> | <p><b>Klassikaal:</b> hier gebruik je dezelfde scenario's als voordien (zie bijlage 3), maar in plaats van ze te spelen, <b>schrijf je de getallen nu op in een 'optellende' rij</b>. Doe dit eerst klassikaal aan bord:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ Neem een kleurtje krijt voor <b>speler 1</b>, een ander kleurtje voor <b>speler 2</b> (begint met "tikken")</li> <li>→ Overleg met de klas wat er gebeurt terwijl je op het bord schrijft: bv. voor het tweede scenario: "Speler 1 kiest 2 vingers (schrijf 2), speler 2 kiest 3 vingers (schrijf 3) en start met tikken. Speler 1 krijgt zo 5 vingers in totaal en verliest (schrijf 5 en <b>trek er een duidelijke streep door</b>)."<i> Om het visueel duidelijk te maken kan je met accolades en plustekens onder/boven de rij werken:</i></li> </ul> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-left: 100px;">2, 3, 5<br/>+      ↗</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ Doe dit zeker klassikaal voor de 1e 3 scenario's (zie bijlage 3, oplossingen in tabel hieronder)</li> </ul> <p><b>Zelfstandig:</b> als het vlot gaat, kan de klas eventueel zelfstandig de resterende scenario's proberen.</p> <p><b>Klassikaal overlopen:</b> laat de oplossingen aan bord komen, en zorg dat er een kolom is per strategie:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>(Samen vijf)</th> <th>(Zelfde aantal)</th> <th>(Oneindige lus)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2,3,5</td> <td>1,1,2,3,5</td> <td>1,3,4,7,11,18,29,47,76 ...</td> </tr> <tr> <td>4,1,5</td> <td>2,2,4,6,10</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>3,3,6,9,15</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>4,4,8,12,20</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Wat gebeurt er telkens op het einde van de rij?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>→ een veelvoud van 5</li> <li>→ als er niet snel een veelvoud van 5 verschijnt, dan is het spelletje oneindig</li> </ul> <p><i>EXTRA: Mocht er tijd over zijn of er zijn kinderen die er erg snel mee weg zijn, kan je ze verder uitdagen door ze de laatste (oneindige) reeks ook nog eens te laten noteren zoals je ze speelt op de handen. In dat geval zie je heel snel hetzelfde patroon terugkeren: 1,3,4,2,1,3,4,2,1,3,4,2 ... Ook de andere (niet oneindige) scenario's kan je zo opschrijven. Die eindigen dan telkens op 5.</i></p> <p><i>Extra info: wiskundig gezien krijg je hier telkens de <u>som – het grootste veelvoud van 5</u>. Bv. 7 (som van 3 en 4 in de oneindige rij) zal <u>7 – 5 = 2</u> worden. Of 29 (som van 11 en 18) zal <u>29 – 25 = 4</u> worden.</i></p> | (Samen vijf)               | (Zelfde aantal) | (Oneindige lus) | 2,3,5 | 1,1,2,3,5 | 1,3,4,7,11,18,29,47,76 ... | 4,1,5 | 2,2,4,6,10 |  |  | 3,3,6,9,15 |  |  | 4,4,8,12,20 |  | Een bord en 2 kleuren krijtjes of stiften. | 10' (klassikaal)<br><br>30' (zelfstandig) |
| (Samen vijf)                                | (Zelfde aantal)   | (Oneindige lus)            |                 |                 |       |           |                            |       |            |  |  |            |  |  |             |  |  |   |
| 2,3,5                                       | 1,1,2,3,5   | 1,3,4,7,11,18,29,47,76 ... |                 |                 |       |           |                            |       |            |  |  |            |  |  |             |  |  |   |
| 4,1,5                                       | 2,2,4,6,10  |                            |                 |                 |       |           |                            |       |            |  |  |            |  |  |             |  |  |   |
|   | 3,3,6,9,15  |                            |                 |                 |       |           |                            |       |            |  |  |            |  |  |             |  |  |   |
|   | 4,4,8,12,20   |                            |                 |                 |       |           |                            |       |            |  |  |            |  |  |             |  |  |   |

## Slot (variabel)

Om de activiteit vrolijk af te sluiten en de strategieën te herhalen, kan je afsluiten met spelletje bij het buitengaan van de klas:

| Inhoud         | Werkvorm   | Tijd                           |
|----------------|--|--------------------------------|
| <b>7: Slot</b> | <b>Slotspel:</b> de klas gaat in een lange rij staan, de leerkracht aan de deur. De leerlingen mogen allemaal een laatste keer de leerkracht uitdagen (de leerkracht kiest als eerste een aantal vingers, de leerlingen volgen en beginnen met tikken). Ideaal net voor een pauze op de speelplaats! | Afhankelijk van de klasgrootte |

**Veel (leer)plezier!**



## Bijlagen

### Bijlage 1

Speluitleg *Pingelen*

### Bijlage 2

Lijst met alle combinaties die voor een **oneindige lus** zorgen

### Bijlage 3

Lijst met **scenario's** die de kinderen moeten doorlopen (te projecteren in de klas)

### Bijlage 4

'**Aan de slag!**': werkblad waarop de leerlingen de startsituatie en resultaten van hun spelletjes noteren (uit te printen voor alle kinderen)

## Eindtermen

- De leerlingen kennen de betekenis van: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, veelvoud, deler. Zij kunnen correcte voorbeelden geven en kunnen verwoorden in welke situatie ze dit handig kunnen gebruiken.
- De leerlingen kunnen orde en regelmaat ontdekken in getallenpatronen.
- De leerlingen kunnen allerlei verbanden, patronen en structuren tussen en met grootheden en maatgetallen inzien en ze kunnen betekenisvolle herleidingen uitvoeren.
- De leerlingen kunnen eenvoudige problemen op systematische en inzichtelijke wijze oplossen.

## Speluitleg *Pingelen*

De spelregels worden ook uitgelegd in [het kennisfilmpje](#) bij deze activiteit. Dit is een extra uitgeschreven versie voor wie het graag op papier bekijkt.

In dit spelletje spelen **twee tegenstanders** tegen elkaar. Ze staan tegenover elkaar en houden elk één hand voor zich uit.

### *Aantal vingers kiezen*

De eerste persoon (Jonathan) mag kiezen hoeveel vingers hij opsteekt, de tweede persoon (Lisa) mag hierop reageren door ook een willekeurig aantal vingers omhoog te steken. Beide spelers mogen min. 1 en max. 4 vingers opsteken.

Lisa heeft **als tweede gekozen en mag het spel beginnen**.

### *Tikken en optellen*

**Lisa tikt** met haar aantal vingers op het aantal vingers van Jonathan. **Jonathan moet nu Lisa haar vingers optellen bij zijn vingers**.

Als dat aantal groter is dan 5, moet hij er 5 van aftrekken.

**Jonathan tikt** met zijn nieuw aantal vingers op die van Lisa. **Zij moet nu Jonathans vingers bij de hare tellen**.

Als dat aantal groter is dan 5, moet zij er 5 van aftrekken.

Enz.

### *Wie 5 heeft is verloren*

De eerste persoon die met 5 (of 0) vingers overblijft, is verloren.

Voorbeeld 1:

Jonathan steekt 3 vingers omhoog, Lisa steekt 1 vinger omhoog. Lisa mag starten en tikt Jonathan zijn vingers aan. Hij heeft nu in totaal 4 vingers (3+1). Jonathan tikt Lisa haar vinger aan. Zij heeft nu in totaal 5 vingers (1+4), en is verloren.

Voorbeeld 2:

Jonathan steekt 2 vingers omhoog. Lisa steekt ook 2 vingers omhoog. Lisa mag starten en tikt Jonathan zijn vingers aan. Hij heeft nu in totaal 4 vingers (2+2). Jonathan tikt Lisa haar vingers aan. Zij steekt nu 1 vinger uit (2+4=6, dat is groter dan 5, dus doen we 6-5=1). Lisa tikt opnieuw op de vingers van Jonathan. Hij heeft nu in totaal 5 vingers (4+1), en is verloren.



## Oneindige lussen

Gebruik deze tabel als spiekbriefje bij stap **2: spelregels inoefenen**. Onderstaande startscenario's vermijd je best, want ze gaan oneindig door en geven dus geen winnaar of verliezer.

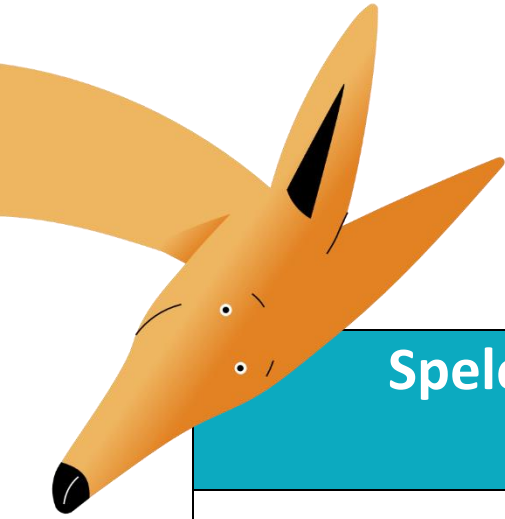
| Leerling<br>(kiest eerst # vingers) | Leerkracht<br>(start met tikken) |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| 2                                   | 1                                |
| 1                                   | 3                                |
| 3                                   | 4                                |
| 4                                   | 2                                |

*Ter info:*

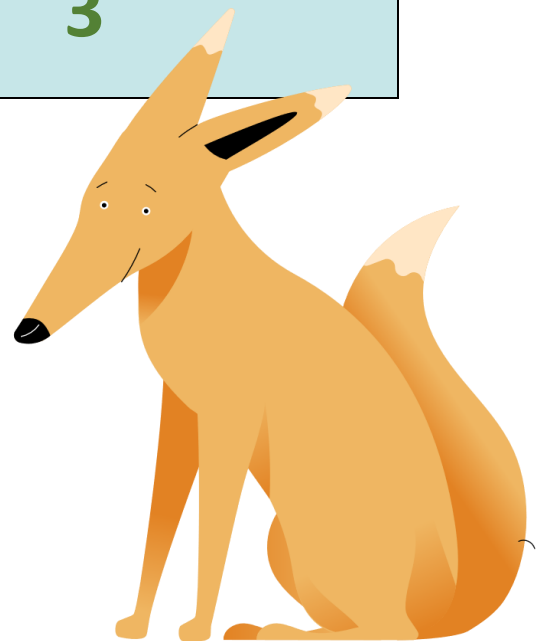
*Als je goed kijkt, zie je dat de tabel zelf een oneindige lus is.*

*Als je met het eerste startscenario 2-1 begint, dan krijg je vervolgens 3-1. De speler met 3 vingers mag nu de speler met 1 vinger tikken, net als bij het tweede 'startscenario' in de tabel. Het proces gaat zo oneindig door.*

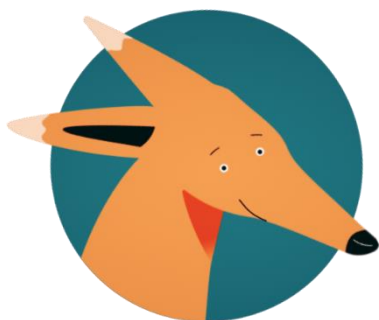
## Spelletjes



| Speler 1 | Speler 2<br>(start met tikken) |
|----------|--------------------------------|
| 1        | 1                              |
| 2        | 3                              |
| 2        | 2                              |
| 4        | 1                              |
| 3        | 3                              |
| 1        | 3                              |



## Aan de slag!



Speel de 6 spelletjes die je juf of meester projecteert. Je mag telkens kiezen wie 'speler 1' en wie 'speler 2' is.

Speler 2 start altijd met tikken.

- Duid bij de start van elk spelletje aan met **hoeveel vingers** jij en je tegenstander starten door de bolletjes in te kleuren.
- Duid bij de start van elk spelletje aan **wie er begint met tikken** door de juiste speler te omcirkelen.
- Duid aan het einde van elk spelletje aan **wie gewonnen is** door de juiste speler te omcirkelen.

### SPEL 1

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    O O O O O

Tegenstander    O O O O O

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

---

### SPEL 2

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    O O O O O

Tegenstander    O O O O O

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

---

### SPEL 3

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    O O O O O

Tegenstander    O O O O O

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

#### SPEL 4

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    0 0 0 0 0

Tegenstander    0 0 0 0 0

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

---

#### SPEL 5

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    0 0 0 0 0

Tegenstander    0 0 0 0 0

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

---

#### SPEL 6

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    0 0 0 0 0

Tegenstander    0 0 0 0 0

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

*Ben je vroeg klaar?  
Vraag nog een blaadje aan  
je leerkracht, en bedenk  
zelf extra spelletjes.*



## EXTRA SPELLETJES:

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    0 0 0 0 0

Tegenstander    0 0 0 0 0

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

---

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    0 0 0 0 0

Tegenstander    0 0 0 0 0

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

---

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    0 0 0 0 0

Tegenstander    0 0 0 0 0

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander

---

Met hoeveel vingers beginnen jullie?

Ik    0 0 0 0 0

Tegenstander    0 0 0 0 0

Wie begint met tikken?

Ik

Tegenstander

Wie is er gewonnen?

Ik

Tegenstander